

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра теории упругости и вычислительной математики
имени академика А.С. Космодамианского

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Теория вероятностей и математическая статистика»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры теории упругости
и вычислительной математики
им. акад. А.С. Космодамианского,
канд. физ.-мат. наук

А. В. Золотая

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского.

Протокол от 03.04.2025 г. № 10.

И.о. заведующего кафедрой

И. А. Моисеенко

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.

Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Дискретная математика, Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Теория меры и интеграла.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Комплексный анализ, Функциональный анализ, Уравнения математической физики, Математические модели в естественных науках, Теория распределений.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.15. Теория вероятностей и математическая статистика
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	7 / 252

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	5	17	–	34	57	108	зачёт
Очная	3	6	34	–	34	76	144	экзамен
Очная, всего			51	–	68	133	252	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение теоретических основ и типовых приложений теории вероятностей и математической статистики, ориентированных на обеспечение возможности вероятностно-статистического анализа различного рода процессов и систем.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-2. Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-2.2. Применяет классические и современные вероятностно-статистические методы для решения прикладных задач, связанных с естествознанием, техникой, экономикой и управлением.

4.3. Результаты обучения

ОПК-2.2.1. Знает основные положения и концепции современной теории вероятностей и области их прикладного использования.

ОПК-2.2.2. Умеет выбирать и использовать необходимые вероятностно-статистические методы и вычислительные средства для применения в конкретной сфере профессиональной деятельности.

ОПК-2.2.3. Владеет способностью применять вероятностно-статистические методы для анализа, строгой постановки и исследования типовых задач профессиональной деятельности, строит математические модели для решения профессиональных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Теория вероятностей	
Классическое и геометрическое определения вероятности.	1. Комбинаторные схемы. 2. Статистическое определение вероятности события. 3. Классическое определение вероятности события. 4. Геометрическое определение вероятности события.
Аксиоматическое определение вероятности.	1 Аксиоматика Колмогорова. 2. Свойства вероятности. 3. Теорема сложения вероятностей. Независимость случайных событий.
Условные вероятности.	1. Определение условной вероятности. 2. Формулы полной вероятности и Байеса. 3. Теорема умножения вероятностей.
Схема Бернулли.	1. Биномиальное распределение вероятностей. 2. Теорема Пуассона 3. Теоремы Муавра-Лапласа.
Дискретные случайные величины.	1. Основные законы распределения. 2. Числовые характеристики распределений. 3. Производящие функции.
Непрерывные случайные величины.	1. Основные законы распределения. 2. Числовые характеристики. 3. Характеристические функции.
Раздел 2. Математическая статистика	
Статистическая обработка данных.	1. Задачи математической статистики. 2. Выборка, вариационный ряд, выборочные характеристики. 3. Эмпирическая функция распределения и её свойства.

Точечные оценки неизвестных параметров.	1. Определение точечной оценки. 2. Свойства точечной оценки 3. Метод моментов. Примеры построения оценок. 4. Метод максимального правдоподобия. Примеры построения оценок. 5. Примеры исследования оценок.
Интервальные оценки параметров.	1. Доверительный интервал. 2. Надёжность и риск. 3. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. 4. Доверительный интервал для неизвестной вероятности события.
Проверка статистических гипотез.	1. Основные понятия теории проверки гипотез. 2. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. 3. Критерии согласия.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Теория вероятностей	17		34	57	108
Классическое и геометрическое определения вероятности.	3		6	10	19
Аксиоматическое определение вероятности.	2		4	9	15
Условные вероятности.	3		6	9	18
Схема Бернулли.	3		6	10	19
Дискретные случайные величины.	3		6	9	18
Непрерывные случайные величины.	3		6	10	19
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17	–	34	57	108

6.2. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 2. Математическая статистика	34		34	76	144
Статистическая обработка данных.	8		8	19	35
Точечные оценки неизвестных параметров.	9		9	19	37
Интервальные оценки параметров.	8		8	19	35
Проверка статистических гипотез.	9		9	19	37
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34		34	76	144
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	51	–	68	133	252

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Основные понятия комбинаторики: правила суммы и произведения. Размещения с повторением и без повторения, перестановки и сочетания с повторением и без повторения.
2. Вероятность события. Классическое определение вероятности события.
3. Геометрическое определение вероятности.
4. Аксиомы Колмогорова.
5. Условные вероятности.
6. Формулы полной вероятности и Байеса.
7. Независимость событий.
8. Схема Бернулли.
9. Предельная теорема Пуассона.
10. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
11. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
12. Дискретные случайные величины и векторы.
13. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
14. Производящие функции.
15. Непрерывные случайные величины.
16. Функция распределения случайной величины.
17. Плотность распределения случайной величины.
18. Числовые характеристики случайных величин.
19. Нормальное распределение.
20. Числовые характеристики нормального распределения.
21. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
22. Системы случайных величин. Функции случайных величин.
23. Условные распределения и условные математические ожидания.
24. Закон больших чисел: неравенство Чебышева.
25. Закон больших чисел: теорема Чебышева.
26. Закон больших чисел: теорема Бернулли.
27. Закон больших чисел: теорема Маркова.
28. Характеристические функции.
29. Центральная предельная теорема.

Раздел 2

30. Выборка и выборочные характеристики.
31. Графическое представление выборки.
32. Эмпирическая функция распределения и её свойства.
33. Свойства оценок.
34. Критерий эффективности оценки.
35. Метод моментов.
36. Метод максимального правдоподобия.
37. Распределения выборочных характеристик.
38. Построение доверительных интервалов.
39. Доверительные интервалы для неизвестного математического ожидания нормально распределённой выборки.
40. Доверительные интервалы для неизвестной дисперсии нормально распределённой выборки.

41. Доверительный интервал для неизвестной вероятности события.
42. Проверка статистических гипотез. Построение критической области.
43. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.
44. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
45. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.
46. Критерий Пирсона.
47. Критерий Колмогорова.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- классическое и геометрическое определения вероятности;
- условные вероятности;
- дискретные случайные величины;
- непрерывные случайные величины;
- многомерные распределения;
- построение и исследование точечных оценок параметров распределений;
- построение доверительных интервалов.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

Экзаменационный билет (6 семестр):

1. Основные понятия выборочного метода. Задачи математической статистики.
2. Задача о проверке статистических гипотез. Критическая область, уровень значимости.
3. Найти выборочную функцию по данному распределению выборки:

x_i	1	4	6
n_i	10	15	25

Вычислить \bar{x} и S^2 .

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально

возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	30
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 6

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
2	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	30
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной

доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.605).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика: [Учеб. для мат. специальностей ун-тов и техн. вузов] / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. - К.: Вища шк., 1979. - 408 с.

2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: [Учеб. для мат. специальностей ун-тов] / Б. В. Гнеденко. - 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, 1988. - 446 с

10.2. Дополнительная литература

3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учеб. пособие для студентов вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - М.: Наука, 1969. - 368 с.: ил. - (Избр. гл. высш. Математики для инженеров и студентов вузов).

4. Теория вероятностей и математическая статистика, Манита А.Д.
<http://new.math.msu.su/departament/probab/io/teorver-online/teorver73.html>

4. Теория вероятностей и математическая статистика, Гмурман В.Е.
http://lib.maupfib.kg/wpcontent/uploads/2015/12/Teoria_veroatnosty_mat_stat.pdf

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).